Für $K \geq n$ schätze $\sum_{0 \leq i < n} \ln(1 - \frac{i}{K})$ nach oben und unten ab.

(Später: $\underset{[\text{oben}]}{K = m}$, $\underset{[\text{unten}]}{K = u}$).

Klar:

$$K \cdot \int_{1-\frac{i+1}{K}}^{1-\frac{i}{K}} \ln x \, dx \underset{\substack{\text{OBdA} \\ n < K}}{<} \ln\left(1 - \frac{i}{K}\right) \underset{\substack{[n=K \\ \text{erlaubt}]}}{<} K \cdot \int_{1-\frac{i}{K}}^{1-\frac{i-1}{K}} \ln x \, dx$$

Summieren:

$$K \cdot \int_{1-\frac{n}{K}}^{1} \ln x \, dx < \sum_{0 \leq i < n} \ln\left(1 - \frac{i}{K}\right) < K \cdot \int_{1-\frac{n-1}{K}}^{1} \ln x \, dx$$

N.R.:

$$K \cdot \int_{1-\frac{t}{K}}^{1} \ln x \, dx \underset{t < K}{=} K \cdot \left[(\ln x - 1) x \right]_{1-\frac{t}{K}}^{1} = \ldots$$

$$= -(K-t) \ln\left(1 - \frac{t}{K}\right) - n \, .$$

Das benutzen wir für $\begin{bmatrix} t = n \\ K = u \end{bmatrix}$ bzw $\begin{bmatrix} t = n-1 \\ K = m \end{bmatrix}$

An: Dr. Edelkamp.